

УДК 524.83

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕСТНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

**Э. Ф. Казанцев**

E.mail: [kazaned@gmail.com](mailto:kazaned@gmail.com)

Проанализированы первые математические модели “стационарной” Вселенной (модель Эйнштейна и модель Хойла-Нарликара). Представлена модель стационарной Местной вселенной, учитывающая последние открытия наблюдательной космологии.

*Ключевые слова:* стационарная Вселенная, математическая модель, Местная вселенная

## MATHEMATICAL MODEL OF THE LOCAL UNIVERSE

**E. F. Kazantsev**

E.mail: [kazaned@gmail.com](mailto:kazaned@gmail.com)

The first mathematical models of the “stationary” Universe (Einstein's model and Hoyle-Narlikar's model) are analyzed. A model of a stationary Local Universe is presented, taking into account the latest discoveries of observational cosmology.

Keywords: stationary Universe, mathematical model, Local Universe

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретическая космология началась, в рамках общей теории относительности (ОТО), с модели стационарной Вселенной Эйнштейна (1917г.). (Справедливости ради, следует отметить фундаментальный вклад в космологию Ньютона и первую классическую работу Джинса 1902 г. по устойчивости однородно распределенного вещества). Вскоре (1922г.) Фридман доказал, что уравнения ОТО имеют нестационарные решения, а в 1929 г., на основе астрономических наблюдений, Хаббл открыл закон «разбегания» галактик в глобальной Вселенной и модель Эйнштейна надолго была забыта. Начиная с 1948 г. были предприняты многочисленные попытки построить стационарную модель глобальной Вселенной (“Steady State Theory”), пользуясь (в виду отсутствия достоверных астрономических данных) возможностью привлекать “сумасшедшие” гипотезы (что характерно и для современной космологии). Но уже с 1965 г. эти попытки прекратились в виду их противоречия с

новыми астрономическими данными. Успехи в развитии современных технологий исследования космоса и физики элементарных частиц в конце 20-го столетия, привели к принятию космологической модели, широко известной под неудачным названием “Большой взрыв”. Однако, в прочно укоренившейся глобальной картине “раздувающейся” Вселенной, появились наблюдаемые “островки”, так называемых, “Местных вселенных”, оказавшихся локально стационарными. Открытие Местных вселенных совпало с революционными открытиями астрономами “темной энергии” и “темной материи”. В настоящее время главные усилия космологов направлены в основном на развитие наших представлений о глобальной Вселенной, вплоть до гипотетических Зеркальных и Мульти Вселенных. А стационарные Местные вселенные (в одной из которых мы живем) остались незаслуженно забытыми. Цель данной статьи – вернуть из небытия гениальные догадки выдающихся космологов прошлого и обратить внимание нынешних ученых на наш родной, стационарный мир.

## 2. МОДЕЛЬ ЭЙНШТЕЙНА

Среди богатого научного наследия Эйнштейна особо выделяются три его знаменитые и взаимосвязанные работы: 1) “К электродинамике движущихся тел” (1905 г.) [1]; 2) “Основы общей теории относительности” (1916 г.) [2]; 3) “Вопросы космологии и общая теория относительности” (1917 г.) [3]. Модель стационарной Вселенной представлена в [3]. Прежде чем использовать в своей модели уравнения ОТО, Эйнштейн делает ряд пророческих предположений: 1) “относительные скорости звезд очень малы по сравнению со скоростью света”. Поэтому, задолго до осознания данного факта другими учеными [4-8], он четко отметил, что в космологических моделях вполне достаточно использовать Ньютоновское приближение; 2) “материя в большой области пространства распределена равномерно”, то есть плотность материи  $\rho_m$  во Вселенной можно считать постоянной и “материя в течение продолжительного времени находится в покое”; наконец, 3) если ввести в уравнение Пуассона для гравитационного потенциал  $\phi$  член описывающий антигравитацию  $(-\Lambda\phi)$ :

$$\Delta\phi - \Lambda\phi = 4\pi K\rho_m, \quad (1)$$

то “Вселенная может рассматриваться как замкнутый континуум, имеющий конечный пространственный (трехмерный) объем”. Следуя данным предположениям, Эйнштейн модифицирует свои уравнения ОТО,

аналогично обобщенному уравнению Пуассона (1), и получает модель стационарной Вселенной в виде:

$$R_{ik} - \Lambda g_{ik} = -\kappa \left( T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T \right) \quad (2)$$

Модель отвечает всем критериям правильности как физики, так и математики, но оказывается, как показал Фридман, она неустойчива [9,10]. Поэтому данная модель лучше подходит к описанию глобальной “раздувающейся” Вселенной, оправдывая все пророческие предположения Эйнштейна. Для придания устойчивости стационарной вселенной в теоретической модели Эйнштейна не хватило еще одного “пророческого” предположения. Очень близко к такому предположению подошли авторы модели “Steady State Theory” Бонди, Голд и Хойл.

### 3. МОДЕЛЬ ХОЙЛА-НАРЛИКАРА

В модели Эйнштейна, как и в модели Фридмана присутствует, так называемая, проблема сингулярности. Избежать космологической сингулярности можно, вводя гипотетическое поле с отрицательной плотностью энергии. Такую цель преследовала модель Хойла-Нарликара (HN), как теория стационарной Вселенной [12-17]. В течение двух десятилетий, начиная с 1948 г. значительная часть теоретических и наблюдательных работ космологов была посвящена проверке, развитию и критике модели HN. Первоначально идея стационарной глобальной Вселенной с непрерывным рождением барионного вещества была высказана одновременно в работе Бонди-Голда [11] и в работе Хойла [12]. Но детально данная модель была разработана Хойлом и Нарликаром [13-17] на основе уравнений ОТО с  $\Lambda$ -членом и дополнительным слагаемым, описывающим некое С-поле, творящее материю. Достаточно подробный анализ этой модели приведен в книге Зельдовича и Новикова [18]. Главным моментом модели HN является гипотеза о постоянном рождении барионного вещества в нашей Вселенной из гипотетического С-поля. Поэтому данную модель называют также теорией непрерывного творения материи:

$$\frac{d\rho_m}{dt} = -3H\rho_m + A, \quad (3)$$

$$\frac{d\varepsilon_C}{dt} = -C^2 A - 3H(\varepsilon_C + P_C). \quad (4)$$

Подобрав подходящее  $A$  (например,  $A=3H\rho_m$ ), можно тождественно удовлетворить условию стационарности. В 1963 г. Хойл и Нарликар [14] предположили, что рождение материи происходит преимущественно там, где уже велика плотность вещества (!). Член, описывающий рождение вещества, должен входить с плюсом в уравнение для вещества и с минусом в уравнение для энергии  $S$ -поля, чтобы выполнялся закон сохранения энергии. К сожалению, по совокупности наблюдательных данных и теоретических расчетов, модель  $HN$  считается опровергнутой. В то же время, Зельдович и Новиков [18] “отдают должное интеллектуальной смелости авторов данной теории, так как дискуссии вокруг неё были полезны и способствовали общему подъему космологии” (!). Следует добавить, что идея непрерывного рождения материи в нашей Вселенной не исчерпала себя моделью  $HN$ , так как кроме барионной материи в настоящее время определенные надежды можно возложить на таинственную небарионную «темную материю», структура и рождение которой остается пока большой загадкой.

#### 4. СТРУКТУРА МЕСТНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Новейшие астрономические наблюдения и компьютерное моделирование позволили представить “видимый” фрагмент Вселенной анимационной картинкой в виде “космической паутины”, состоящей из тонких нитей. В настоящее время принята Стандартная космологическая модель глобальной Вселенной ( $\Lambda$ CDM-модель), включающая в себя ОТО Эйнштейна, нестационарную модель Фридмана, модель “Большого Взрыва” Леметра, модель “блинов” Зельдовича, Стандартную модель элементарных частиц, модель хаотической инфляции Линде, а также недавние открытия “темной материи” (ТМ) и “темной энергии” (ТЭ) (начало нового ускоренного “раздувания” Вселенной). Однако, как вынуждены признать многие космологи, на этом великолепном фоне имеются космологические “тучки”, которые требуют новой физики вне рамок Стандартной модели элементарных частиц [19,20].

В отличие от ТЭ, ТМ не “размазана” по всей Вселенной, а гравитационно сгущается, обнаруживая тенденцию к концентрации в виде протяженного гало вокруг отдельных галактик или групп галактик. Такая система называется местной группой галактик. Размер местной группы порядка 1,5 Мпк. Расстояние между группами порядка (10–15) Мпк. Несколько соседних групп образуют сверхскопления в виде «блинов» размером порядка 30 Мпк (Местная вселенная).

Начиная с 1994 г. объектом исследования группы Караченцева [21-29] была Местная группа галактик. Ими были получены очень интересные результаты: 1) галактики нашей местной группы (численностью около 50), совместно с ТМ образуют систему с центром вблизи двух наиболее крупных галактик (Млечный Путь и Туманность Андромеды). Гравитационное притяжение, в основном благодаря ТМ местной группы, нейтрализует антигравитационное влияние темной энергии (ТЭ), в результате чего наша местная группа является квазистационарной; 2) небольшому числу карликовых галактик (численностью около 20), под воздействием ТЭ, удастся преодолеть гравитационное притяжение местной группы и образовать, так называемый, “хаббловский поток”, подчиняющийся общему закону разбегания галактик во Вселенной; 3) масса ТМ в местной группе во много раз (5-6) превосходит массу барионной материи. Это позволяет, при анализе поведения местной группы, считать галактики «пробными частицами» в поле ТЭ и ТМ; 4) в некоторых местных группах (в том числе и в нашей местной группе) наблюдается отрыв части ТМ от общего гало. Предполагается, что большое количество ТМ может располагаться в войдах; 5) замечено, что чем старше галактика, тем больше плотность ТМ связанной с этой галактикой.

К сожалению, теоретические модели, сделанные по данным группы Караченцева, сосредоточились вокруг “хаббловского потока” [30,31], а наша Местная вселенная опять осталась без внимания. Более того, сама группа Караченцева переключилась на исследование широкомасштабных объектов Вселенной.

## 5. МОДЕЛЬ МЕСТНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Следуя  $\Lambda$ CDM-модели, мы можем себе представить, как пространство глобальной Вселенной благодаря ТЭ “раздувается” (в настоящее время опять ускоренно), из-за чего филаменты (состоящие в основном из ТМ) “растягиваются”, увеличивая объем войдов. Движения материальных точек (галактик) внутри филаментов обусловлены в основном силами гравитационного взаимодействия с ТМ и между собой. При этом, материальные точки-галактики предпочитают группироваться в компактные стационарные структуры, которые мы и называем Местными вселенными. Если “отсечь” хаббловский поток, то в пределах 1,5 Мпк мы получим, на достаточно продолжительный промежуток времени, “чисто” стационарную Местную вселенную. Такая вселенная, в первом

приближении, стабилизируется взаимно компенсирующими друг друга силами гравитационного притяжения галактик и силами антигравитационного расталкивания ТЭ (модель Эйнштейна). Дополнительную устойчивость системы обеспечивает ТМ. Однако и этого недостаточно, так как, следуя урокам анализа модели НН, теперь вместо непрерывного рождения барионной материи (которого нет), остается предположить, что где-то непрерывно рождается ТМ: именно там где плотность материи максимальна, то есть внутри галактик.

Новая математическая модель стационарной Местной вселенной представлена ниже, где использованы идеи модели Эйнштейна и модели Хойла-Нарликара. В частности, аналогично гипотезе модели НН, принята гипотеза непрерывного экспоненциального рождения ТМ в недрах галактик Местной вселенной.

Рассмотрим квазистационарную группу галактик (пренебрегая массой галактик), погруженную в гало ТМ. Предположим, что в процессе эволюции Местной вселенной масса ТМ ( $M$ ) росла по экспоненциальному закону:

$$\frac{dM}{dt} = \alpha M \quad (5)$$

Отсюда, используя известную процедуру получения уравнений Фридмана в ньютоновском приближении [18], для плотности ТМ (ПТМ)  $\rho(t) = M/V$ , получим первое уравнение:

$$\frac{d\rho}{dt} = \alpha\rho - 3H\rho. \quad (6)$$

Далее, используя закон гравитационного взаимодействия ТМ (закон тяготения Ньютона) с учетом ТЭ (в виде  $\Lambda$ -члена):

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\gamma \frac{M}{R^2} + \frac{c^2}{3} \Lambda R \quad (7)$$

и закон Хаббла:

$$\frac{dR}{dt} = H R,$$

получаем второе уравнение:

$$\frac{dH}{dt} = -H^2 - \frac{4}{3} \pi \gamma \rho + \frac{1}{3} c^2 \Lambda, \quad (8)$$

здесь:  $\gamma$  - гравитационная постоянная взаимодействия ТМ,  $c$  - скорость света,  $\Lambda$  - космологическая постоянная ТЭ,  $H$  - постоянная Хаббла.

Объединяя уравнения (6) и (8), получим нелинейное уравнение, описывающее динамику ПТМ:

$$\frac{d^2 \rho_{\text{ТМ}}}{dt^2} - (\alpha - 3H) \frac{d \rho_{\text{ТМ}}}{dt} + (3H^2 - c^2 \Lambda) \rho_{\text{ТМ}} - 4\pi \gamma \rho_{\text{ТМ}}^2 = 0. \quad (9)$$

где:  $\alpha$  – относительная скорость роста ТМ. Учет массы барионного вещества не изменит общего вида уравнения (9). Стационарность Местной вселенной определяется условиями:  $\alpha = 3H$  и  $3H^2 = c^2 \Lambda$ , то есть второе и третье слагаемые в (9) исчезают, останется:

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} - 4\pi \gamma \rho^2 = 0. \quad (10)$$

Решением данного уравнения является функция Вейерштрасса (эллиптическая двоякопериодическая функция комплексного аргумента) [32].

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время большинство проблем космологии “упираются” в загадочную структуру темной материи. Многочисленные попытки придумать гипотетические частицы для объяснения этой загадки пока не увенчались успехом. В данной статье мы постарались обратить внимание ученых на то, что темная материя находится “совсем рядом с нами”: она сформировала нашу Местную вселенную, нашу Галактику и, по-видимому, продолжает повсеместно участвовать во многих явлениях, наблюдаемых нами в живой и неживой природе Земли. Некоторые из этих явлений науке удалось “понять” на языке современной физики и математики. Но данный язык становится все сложнее и недоступнее большинству людей. Возможно, что ситуация кардинально может измениться, если мы более внимательно отнесемся к вездесущей, но постоянно ускользающей от наших физических инструментов, темной материи. Действительно, пора выйти из жестких рамок “стандартных моделей” физики и привлечь на помощь “антиподные” модели, как того требует, хорошо известный обобщенный принцип дополнительности Бора [33].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Einstein, “Zur Electrodynamik der bewegter Korper”, *Ann.Phys.* **17**, 891 (1905); [Эйнштейн А. «К электродинамике движущихся тел» в кн. *Собрание научных трудов А. Эйнштейна* Т.1 (под ред. И.Е. Тамма, Я.И. Смородинского, Б.Г. Кузнецова) (М.: Наука, 1965) с. 7]
2. A. Einstein, “Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstheorie”, *Ann.Phys.* **49**, 769 (1916); [Эйнштейн А. «Основы общей теории относительности» в кн. *Собрание научных трудов А. Эйнштейна* Т.1 (под ред. И.Е. Тамма, Я.И. Смородинского, Б.Г. Кузнецова) (М.: Наука, 1965) с. 452]
3. A. Einstein, “Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitatstheorie”, *Sitzungsber.Konigl.Preub.Akad. Wissenschaft. Berlin*, **1**, 142 (1917); [Эйнштейн А. «Вопросы космологии и общая теория относительности» в кн. *Собрание научных трудов А. Эйнштейна* Т.1 (под ред. И.Е. Тамма, Я.И. Смородинского, Б.Г. Кузнецова) (М.: Наука, 1965) с. 601]
4. E.A. Milne, *Quart.J.Math.Oxford* **5**, 64 (1934)
5. E.A. Milne, *Relativity, Gravitation and Word-Structure*, Oxford Univ.Hres, London and New York (1935)
6. W.H. McCrea, E.A. Milne, *Quart.J.Math.Oxford* **5**, 73 (1934)
7. Я.Б. Зельдович, *УФН*, **80**, 357 (1963)
8. R.H. Dicke, P.J.E. Peebles, *Ap.J.* **194**, 838 (1968)
9. A. Friedmann, *Z.Phys.* **10**, (1), 337 (1922)
10. A. Friedmann, *Z.Phys.* **21**, (1), 326 (1924) [Фридман А.А. *УФН*, **80**, 447 (1963)]
11. H. Bondi, T. Gold, *MNRAS*, **108**, 252 (1948)
12. F. Hoyl, *MNRAS*, **108**, 372 (1948)
13. F. Hoyl, J.V. Narlikar, *Proc.Roy.Soc., A*, **270**, 334(1962)
14. F. Hoyl, J.V. Narlikar, *Proc.Roy.Soc., A*, **273**, 1 (1963)
15. F. Hoyl, J.V. Narlikar, *Proc.Roy.Soc., A*, **282**, 178 (1964)
16. F. Hoyl, J.V. Narlikar, *Proc.Roy.Soc., A*, **290**, 143 (1966)
17. F. Hoyl, J.V. Narlikar, *MNRAS*, **126**, 203 (1963)
18. Я.Б. Зельдович, И.Д. Новиков, *Строение и эволюция Вселенной*, М.: Наука, 1975
19. Д.С. Горбунов, В.А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория*, (М.:КРАСАНД, 2010)
20. А.Д. Долгов, *УФН*, **184**, № 2, 211 (2014)



21. I.D. Karachentsev, *Astron. Astrophys.* **6**, 1 (1994)
22. I.D. Karachentsev, D.I. Makarov, *Astron. J.* **111**, 535 (1996)
23. I.D. Karachentsev, V.E. Karachentseva, *Astron. Astrophys.* **341**, 355 (1999)
24. И.Д. Караченцев, УФН, **171**, № 8, 860 (2001)
25. И.Д. Караченцев, Д.И. Макаров, *Астрофизика*, **44**, 11 (2001)
26. I.D. Karachentsev et al., *Astron. Astrophys.* **398** 479 (2003)
27. I.D. Karachentsev, et al., *Astron. Astrophys.* **404** 93 (2003)
28. I.D. Karachentsev et al., *Astron. J.* **131** 1361 (2006)
29. И.Д. Караченцев, *Астрофиз. бюлл.* **67** №2 (2012)
30. А.Д. Чернин, УФН, **178**, №3, 267 (2008)
31. А.Д. Чернин, УФН, **183**, №7, 741 (2013)
32. Э. Камке, *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*, (М.: Наука, 1965)
33. Н. Бор, «Философия естествознания и культура народов» в кн. *Атомная физика и человеческое познание*, (М.: ИЛ, 1961)